

Primeira Prova de Introdução à Lógica  
Universidade Federal de São Carlos  
8 de maio de 2006  
Prof. José de Oliveira Guimarães

1. (2.5)

(a) (1.5) Defina o alfabeto, os axiomas e as regras de um sistema formal de tal forma que:

1. o alfabeto consiste nas quatro últimas letras do seu primeiro nome;
2. há pelo menos dois axiomas e duas regras;
3. o sistema possui infinitos teoremas. Isto significa que o seu sistema formal não pode ser absolutamente trivial.

(b) (1.0) Prove um teorema neste sistema formal. A prova deve ter pelo menos quatro passos. Novamente, não utilize passos triviais, como colocar em todos os quatro passos um mesmo axioma (isto é uma prova válida).

2. (3.5)

(a) (2.5) Usando tablô, verifique se a fórmula  $(\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \wedge \neg \mathcal{B} \longrightarrow \mathcal{A} \wedge \mathcal{B}$  é uma tautologia ou não.

(b) (1.0) Explique como se descobre, dado um tablô já completo, se a fórmula é tautologia ou não. Apenas explique, não é preciso justificar.

3. (2.0) Simplifique a fórmula  $(\neg \mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \vee (\mathcal{C} \wedge \mathcal{A}) \vee \neg \mathcal{B}$  utilizando as equivalências lógicas do cálculo proposicional (como  $(A \vee B) \wedge \neg B$  é logicamente equivalente a  $A \wedge \neg B$ ).

4. (1.5) Prove que o Cálculo Proposicional é consistente, isto é, se  $\vdash \mathcal{A}$ , então  $\not\vdash \neg \mathcal{A}$ .

5. (2.0) Encontre a fórmula na FNC logicamente equivalente a uma fórmula  $\mathcal{D}$  tal que: a)  $\mathcal{D}$  utiliza três variáveis cujos nomes são  $A$ ,  $B$  e  $C$ ; d) a tabela verdade de  $\mathcal{A}$  assume F como resultado na primeira e na quinta linhas. Assuma que esta tabela verdade foi construída como usual (veja no quadro negro).

6. (1.5) Explique o que é sintaxe e o que é semântica de uma teoria (em particular, do CP). Faça uma tabela que indique quais das seguintes palavras chaves se referem à sintaxe e quais se referem à semântica: axiomas, verdadeiro, falso, tautologia, teorema, símbolos com significado, mundo “real”, prova, consequência lógica, regra de inferência, símbolos com significado, sistema formal, equivalência lógica.

7. (3.0) Prove: dada uma tabela verdade, podemos encontrar uma fórmula na FND que a gera.