

Avaliação de Matemática Discreta  
Universidade Federal de São Carlos  
Agosto de 2011

Prof. José de Oliveira Guimarães

Data de entrega pelos: dia 13 de setembro, quinta-feira. Entregue na minha sala. Data de entrega das avaliações corrigidas pelos monitores: 21 de setembro.

1. Considere um algoritmo  $r$  que retorna a string que é seu argumento revertida:

$$r(\epsilon) = \epsilon$$

$$r(\mathbf{as}) = r(\mathbf{s})\mathbf{a}$$

$\mathbf{s}$  é uma string composta por quaisquer caracteres e  $\mathbf{a}$  é um caráter qualquer.<sup>1</sup> O símbolo  $\epsilon$  representa a string vazia. Por exemplo, mostramos abaixo alguns exemplos do uso de  $r$ .

$$r(3) = 3$$

$$r(23) = r(3)2 = 32$$

$$r(123) = r(23)1 = r(3)21 = 321$$

$$r(r2d2) = 2d2r$$

Prove que o algoritmo reverte uma string usando indução finita.

2. Defina indutivamente a função  $\max : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  tal que  $\max(a, b)$  é o maior dos números  $a$  e  $b$ .

3. Prove que  $9^n - 1$  é divisível por 8, no qual  $n \in \mathbb{N}$ . Prove que  $x^n - 1$  é divisível por  $x - 1$ . Explique detalhadamente a sua resposta, colocando a HI, caso base, passo da indução e todas as explicações possíveis sobre o seu raciocínio.

4. Prove os seguintes fatos:

(a) se  $a \equiv b \pmod{n}$ , então  $ac \equiv bc \pmod{n}$ ;

(b) se  $a \equiv b \pmod{n}$  e  $c \equiv d \pmod{n}$ , então  $ac \equiv bd \pmod{n}$ .

5. Prove que o número de primos é infinito explicando cada passo do seu raciocínio.

---

<sup>1</sup>O singular de caracteres é caráter.