

Redes de Petri

José de Oliveira Guimarães
DC-UFSCar
jose@dc.ufscar.br

1 Introdução

Uma rede de petri (RP) é uma quádrupla (P, T, F, M_0) onde P é um conjunto de lugares, T um conjunto de transições, F um conjunto de arcos e M_0 a marcação inicial dos lugares. Uma RP é representada graficamente na Figura 1.

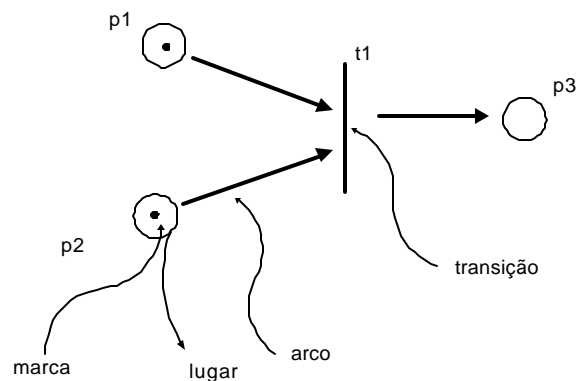


Figura 1: Exemplo de uma rede de Petri

Esta RP é $(\{ p_1, p_2, p_3 \},$
 $\{ t_1 \},$
 $\{ (p_1, t_1), (p_2, t_1), (t_1, p_3) \},$
 $\{ (p_1, 1), (p_2, 1), (p_3, 0) \})$

Geralmente, as marcas (bolinhas) representam estado do lugar e as transições representam transformações. Redes de Petri representam processos com transformações que são disparados pela presença de marcas nos lugares. Redes de Petri são executadas quando as marcas são retiradas de alguns lugares e colocadas em outros. Quando a rede é executada, as transições retiram as marcas de entrada e as colocam na saída. Assim, se a rede da Figura 1 for executada, teremos como resultado a rede da Figura 2.

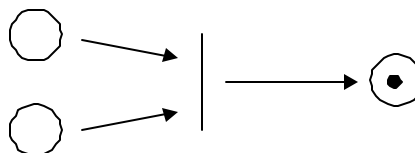


Figura 2: Resultado da Execução da rede da Figura 1

Pode haver mais de uma marca em um lugar e um arco pode ser associado a um peso. Uma transição só dispara se houver marcas suficientes para todos os arcos de entrada. A quantidade de marcas deve ser igual ao peso do arco. Assim, a execução da rede da Figura 3 a) resulta na rede da Figura 3 b).

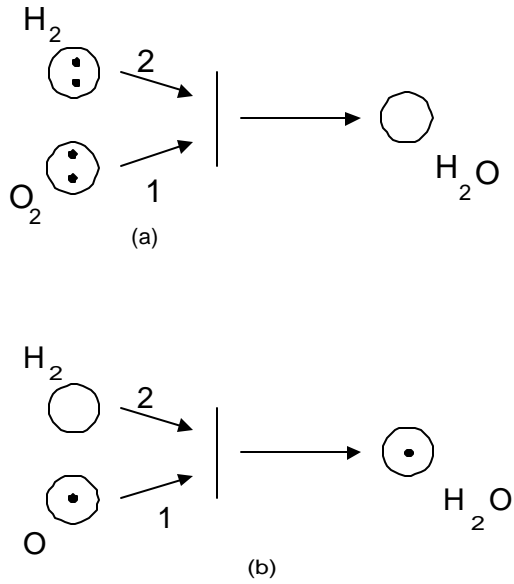


Figura 3: Rede com pesos nos arcos

2 Modelagem

Estudaremos alguns exemplos de modelagem com redes de Petri.

2.1 Máquinas de Estados Finitos

Uma máquina de venda automática de doces aceita moedas de 5 e 10 centavos de dólar. A máquina vende doces de 15 e 20 centavos. Assuma que não mais do que 20 centavos podem ser colocados na máquina. A modelagem está na Figura 4.

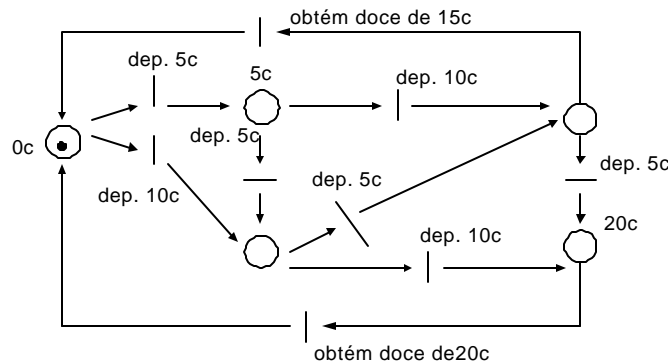


Figura 4: Modelagem de uma máquina automática de venda

2.2 Atividades Paralelas

Uma Rede de Petri representará atividade paralela sempre que duas transições puderem disparar ao mesmo tempo. Veja exemplo na Figura 5.

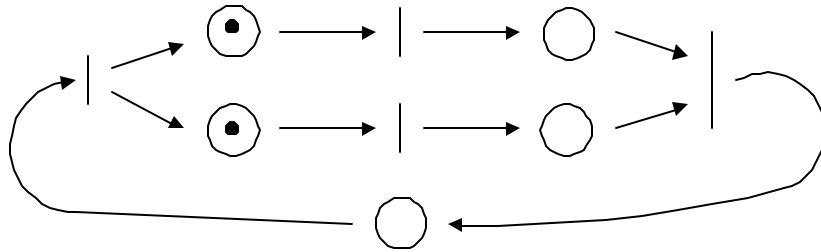


Figura 5: Atividades paralelas em t_2 e t_3

2.3 Fluxo de Dados (dataflow)

Seja $x = (a + b) / (a - b)$ uma expressão a ser calculada. A soma pode ser paralela à subtração e ambas dependem da disponibilidade dos valores de a e b .

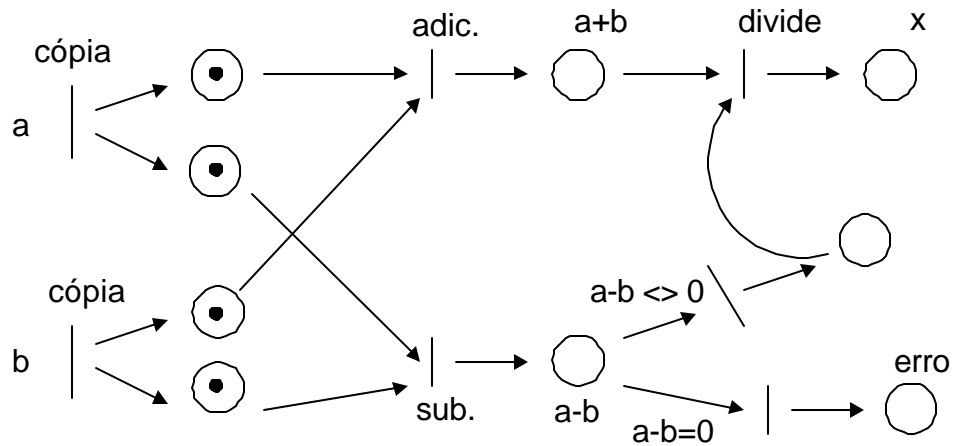
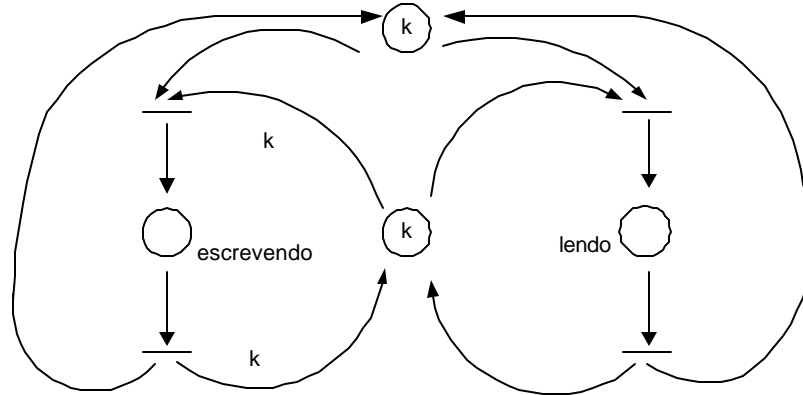


Figura 6: Rede de Petri para fluxo de dados em uma expressão

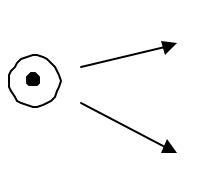
2.4 Sincronização

Estudaremos um problema de sincronização de leitura/escrita em uma memória compartilhada por k processos. Se um processo está escrevendo na memória, nenhum outro pode ler ou escrever. Qualquer número de processos pode ler a memória ao mesmo tempo.



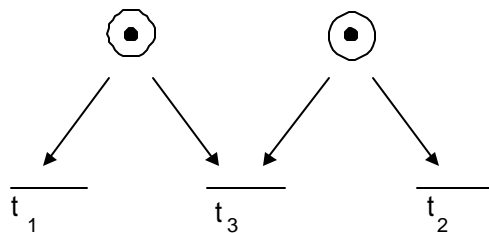
3 Configurações Especiais de uma Rede de Petri

3.1.1 Conflito, Escolha ou decisão

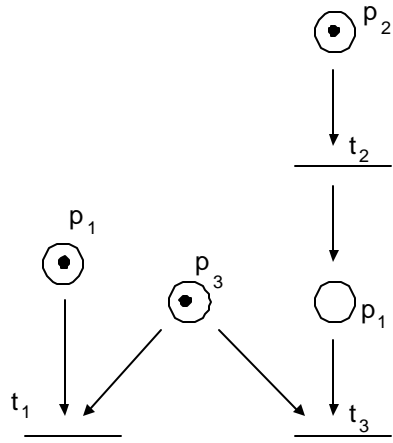


ambas as transições podem disparar

3.1.2 Confusão



t_1 e t_2 são concorrentes e em conflito com t_3 .

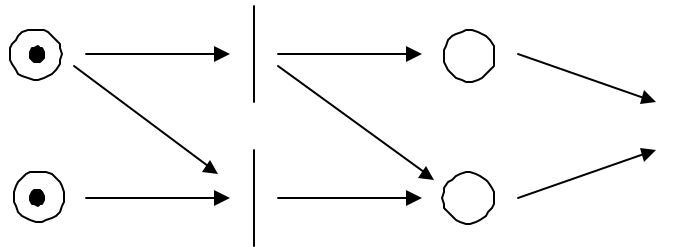


t_1 é concorrente com t_2 mas estará em conflito com t_3 se t_2 disparar antes de t_1 .

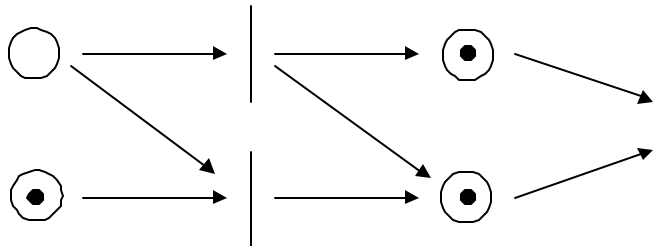
4 Propriedades de Redes de Petri

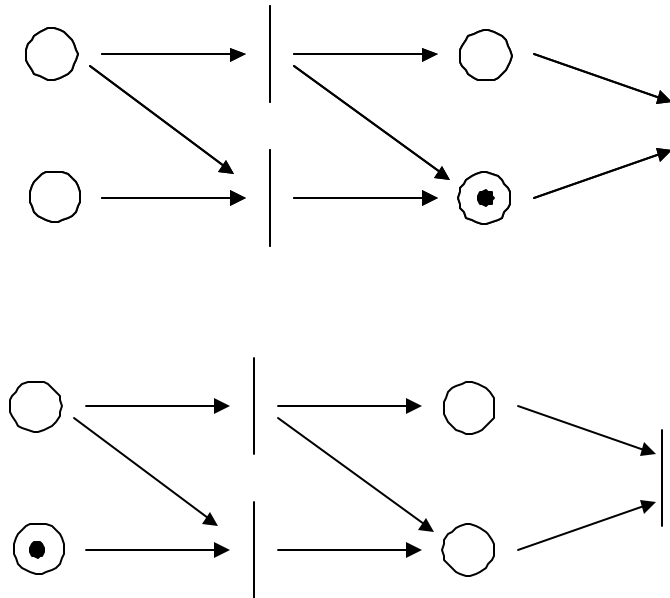
4.1 Alcançabilidade (Reachability)

A marcação inicial de uma rede (P, T, F, M_0) é dada por M_0 . À medida que as transições vão disparando, a marcação muda. Dizemos que uma marcação M_n é alcançável a partir de M_0 se existe uma seqüência de disparos que transformam M_0 em M_n .



A rede acima pode alcançar





Existem algoritmos que respondem à pergunta " M_n é alcançável a partir de M_0 " ? Contudo, estes algoritmos são exponenciais no caso geral.

4.2 Limite de Marcas (Boundness)

Uma rede (P, T, F, M_0) é k -limitada se o número de marcas em cada lugar jamais excede k considerando todos os estados alcançáveis a partir de M_0 .

4.3 Vida

Uma rede (P, T, F, M_0) é viva se, em qualquer marcação M_n alcançável a partir de M_0 , qualquer transição poderá ser disparada por M_n ou marcações alcançáveis a partir de M_n . A Figura 4 mostra uma rede viva. A rede da Figura 3 não é viva.

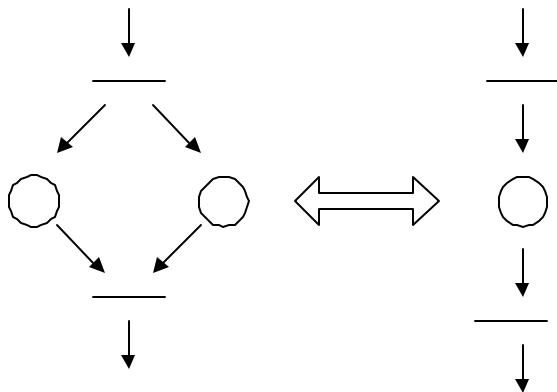
4.4 Reversibilidade

Seja $R(M_0)$ o conjunto de estados alcançáveis a partir da marcação M_0 de uma rede de Petri. Esta rede será reversível se M_0 for alcançável por qualquer $M \in R(M_0)$. Isto é, será sempre possível retornar ao estado inicial.

4.5 Cobertura

Uma marcação M na rede (P, T, F, M_0) é dita coberta se existe M' em $R(M_0)$ tal que $M'(p) \geq M(p)$ para cada $p \in P$. Isto é, na marcação M' existem pelo menos tantas marcas em cada lugar quanto em M .

Como exemplo, a rede da Figura 7 a) cobre a da Figura 7 b).



6 Extensões de Redes de Petri

6.1 Redes de Petri temporais

Em redes de Petri temporais, tempo é relacionado a transições ou lugares. Uma transição leva certo tempo para disparar e uma marca deve permanecer certo tempo em um lugar. Exemplo: a reação $\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{O}$ é representada pela rede da Figura 8 e toma 10^{-20} segundos.

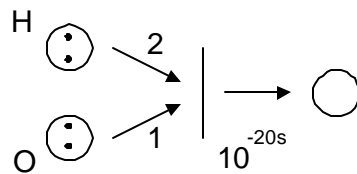


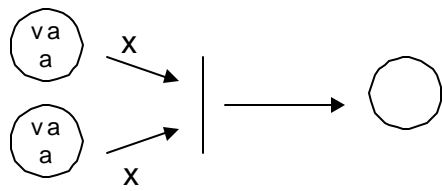
Figura 8: Reação química com tempo

Uma rede de Petri temporal pode ser analisada para se descobrir qual o tempo mínimo entre as marcações M_0 e M_n .

Os tempos associados a uma transição podem ser dados por uma função de probabilidade. Temos então uma rede de Petri estocástica.

6.2 Redes de Petri de Alto Nível

Neste tipo de Rede de Petri, as marcas possuem nomes e os arcos podem fazer exigências com relação às marcas. Um caso simples é uma rede de Petri colorida como na figura abaixo. A transição representa a colocação de uma tampa em uma panela. Cada cor representa uma tampa ou panela de mesmo tamanho. Cores diferentes representam tamanhos diferentes. Esta rede exige que a colocação se dê com tampas e panelas de tamanhos apropriados.



A Figura 9 apresenta um exemplo mais complexo de redes de Petri de alto nível. O "2x" ao lado de um dos arcos de entrada da transição indica que por este arco podem passar duas marcas idênticas. Se duas marcas "a" passarem, então devem passar pelo outro arco de entrada marcas do tipo $\langle a, y \rangle$ e $\langle y, z \rangle$.

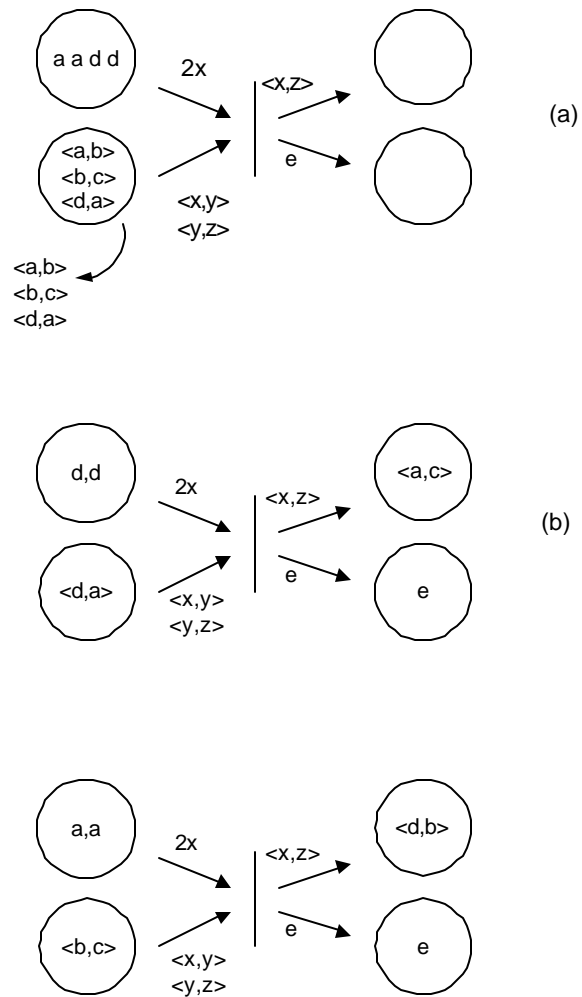


Figura 9: Redes de Petri de alto nível

7 Exercícios

1 Modele, com uma rede de Petri, o seguinte problema: uma linha de produção monta um produto a partir de suas peças A, B, C e D. A peça A é encaixada na peça B produzindo BC. Esta operação pode ser realizada ao mesmo tempo em que C e D são coladas produzindo CD. As peças BC e CD são então parafusadas produzindo o produto final.

2 Monte uma rede de Petri representando a reação química $\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{HSO}_4 + \text{H}^+$

3 Faça uma rede de Petri que represente a reprodução de Guppies. Nesta espécie de peixe nascem duas fêmeas para cada macho. Admita que cada reprodução produza exatamente 10 fêmeas e 5 machos. Coloque uma transição que representa tempo de maturidade, que é de 1 mês para machos e 2 meses para fêmeas.¹

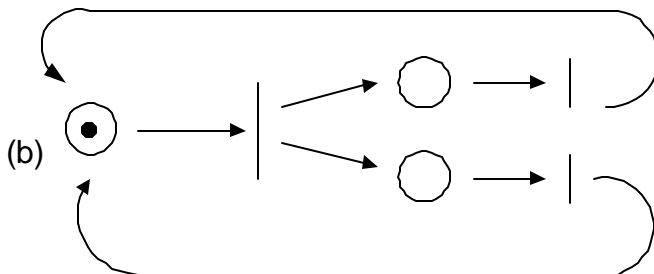
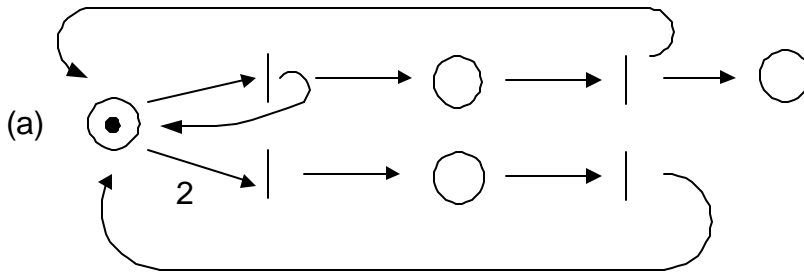
4 Faça uma rede de Petri representando o fluxo de dados dos comandos

$$\begin{aligned} a &= 1; \\ b &= 2*a; \\ c &= f(b)/(a + a*a); \end{aligned}$$

5 Explique como funciona a rede de Petri que sincroniza a leitura/escrita em memória compartilhada por vários processos.

6 Estenda a definição de redes de Petri de tal forma que conflitos deixem de existir.

7 Faça a árvore de alcançabilidade das redes abaixo. A árvore possui um nó para cada marcação possível. Quando uma marcação M conduz a uma marcação N já existente na árvore, não coloque a ligação entre M e N.



¹ As informações de tempo de maturidade não estão corretas.

8 Faça uma rede de Petri de tal forma que, depois da primeira transição disparar, parte da rede morre.

9 Faça uma rede reversível.

10 Faça uma rede de Petri com marcações M_0, M_1, M_2, \dots de tal forma que M_i sempre cubra M_{i-1} .

11 Qual o tempo mínimo para que a rede abaixo entre em deadlock ? Isto é, não possa mais disparar nenhuma transição ?

